UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA **SEPTIEMBRE 2009**

Tiempo disponible:1 h 30 min

Se valorará el uso del vocabulario y la notación científica. Los errores ortográficos, el desorden, la falta de limpieza en la presentación y la mala redacción, podrán suponer una disminución hasta de un punto en la calificación, salvo casos extremos.

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARA A ESTE EJERCICIO :(véanse las distintas partes del examen)

En cada uno de los tres apartados el alumno elegirá entre una de las dos opciones

1.-ALGEBRA

OPCIÓN A

a) (1'5 puntos) Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & a \\ b & c \end{pmatrix}, I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ de orden 2. Hallar la relación entre ***a*** **,** ***b*** **,** ***c*** para que se verifique $\mathbf{A^{-1} = 2I - A}$

b) (1 punto) Calcular, en función del parámetro ***k***, el rango de la matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 5 & -1 & k \end{pmatrix}$

OPCIÓN B

a) (1'25 puntos) Resolver el siguiente determinante $\begin{vmatrix} a & b & c \\ -a+c & -b-a & -c+b \\ a+c & b-a & c+b \end{vmatrix}$ sin utilizar la regla de Sarrus

b) (1'25 puntos) Para $M = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{3}{4} \\ 1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$, calcular $\mathbf{M^n}$ con $n \in N$

2.-GEOMETRÍA

OPCIÓN A

a) (1'5 puntos) Calcular la ecuación del plano que pasa por los puntos **A(5 , 0 , 1)** ; **B(4 , 1 , 0)** y es paralelo a la recta $r \equiv \begin{cases} x - 2y + 3z = 0 \\ 2x + y - z = 5 \end{cases}$

b) (1 punto) Estudiar si los vectores $\vec{u} = (1 , -1 , 1); \vec{v} = (1 , 0 , 0)$ y $\vec{w} = (2 , -2 , 1)$ son linealmente independientes

OPCIÓN B

a) (1'5 puntos) Hallar el punto simétrico de **A(2 , 0 , 1)** respecto al plano $\pi \equiv x + 2y + z = 2$

b) (1 punto) Obtener las ecuaciones de la recta $r \equiv \begin{cases} 2x + y + z = 3 \\ x - y - 2z = 1 \end{cases}$ en forma paramétrica y en forma continua

3.-ANÁLISIS

OPCIÓN A

1.- 1.- Sean $f(x) = cos\,(3x+1)$ y $h(x) = sen^2(x)$

a) (0’5 puntos) Calcular $g(x) = (h \circ f)(x)$

b) (0’5 puntos) Comprobar si $g(x)$ es una función par

c) (1’5 puntos) Obtener $g'(x)$ y estudiar si es cierto que $g'\left(\frac{1}{3}\right) = 0$

2.- Sea $f(x) = \sqrt{\dfrac{x^3 + 2x^2}{x+2}}$

a) (0’5 puntos) Calcular su dominio

b) (0’75 puntos) Encontrar los puntos de corte de **f(x)** con el eje **OX** y estudiar si la función es creciente en el intervalo **(0 , 1)**

c) (0’5 puntos) Obtener el limite $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{f(x)}{x+2}$

d) (0’75 puntos) Hallar $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx$

OPCIÓN B

1.- .- a) (1’25 puntos) Calcular $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} cos^3(x)\,dx$

b) (1’25 puntos) Sea **f(x) = e^{ax}**, con $a \in \Re$. Calcular **f$^{(n)}$(x) – a^{n} f(x)**, siendo **f$^{(n)}$(x)** la derivada n-ésima de **f(x)**

2.- a) (1’25 puntos) Sea $f(x) = \begin{cases} \left(x^2+1\right)^{\frac{1}{x}} & x < 0 \\ \dfrac{x^4 + 2x + a}{x+1} & x \geq 0 \end{cases}$ .Estudiar para que valores del parámetro ***a*** esta función es continua en **x = 0**

b) (1’25 puntos) Entre los números, cuya suma es 36, encontrar aquellos números positivos cuya suma de cuadrados sea mínima